

# 마이크로파 필터의 전달 함수 및 결합 구조 고찰

## Review of the Transfer Function and Coupling Configuration for Microwave Filter

엄만석(M.S. Uhm)

이주섭(J.S. Lee)

염인복(I.B. Yom)

이성팔(S.P. Lee)

통신위성시험연구팀 선임연구원

통신위성시험연구팀 연구원

통신위성시험연구팀 선임연구원, 팀장

통신위성개발센터 책임연구원, 센터장

모든 RF 통신 시스템에서 사용되는 마이크로파 필터는 통과 대역에서 에너지를 전달하고, 저지 대역에서 에너지를 감쇄시키는 역할을 한다. 주파수 사용 효율을 높이기 위해서 대역내 평탄도 및 군지연 특성이 우수하고, 대역외에서 높은 감쇄를 갖는 필터 개발에 많은 연구가 이루어졌다. 본 고에서 필터 개발에 필수적인 전달 함수 특성 및 결합 구조에 관하여 고찰한다.

## I. 서론

모든 통신 시스템에서 사용되는 전기적인 필터는 하나 또는 그 이상의 통과 대역에서 에너지를 전달하고, 저지대역에서 에너지를 감쇄시키는 주파수 선택 전달 특성을 가지고 있다. 사용되는 통신 시스템의 목적 및 시스템에서의 위치에 따라 구현하고자 하는 필터의 설계 규격이 결정된다. 이때 중요한 규격 파라미터는 대역내 삽입 및 반사 손실, 군지연 특성 그리고 대역외 차단 특성 등이 있다.

마이크로파 필터는 제2차 세계 대전 때부터 기술 개발이 이루어졌지만, 위성 산업의 진보로 1970년대부터 급격한 기술적인 발전이 이루어졌다. 왜냐하면 한정된 주파수를 효율적으로 사용하기 위해서 여러 개의 좁은 주파수 대역으로 나누는 채널화 및 다중화가 필요하였고, 이런 엄격한 성능 규격을 만족하는 필터 개발이 필수적이었기 때문이다. 또한 발사 비용 절감을 위해서는 위성 통신 중계기의 무게 절감이 필요하였고, 많은 주파수 채널에 사용되는 수동 필터의 부피 및 무게를 줄일 수 있는 방향으로

기술 개발이 이루어졌다. 그리고 사용되는 주파수 대역도 L, S, Ku 대역에서 현재 Ka 대역으로 확장되어 기술 개발이 이루어지고 있다.

구현하고자 하는 필터의 설계 목표 값들이 결정되면, 우선 목표치에 맞는 필터의 특성 함수를 구하고, 이에 따라 회로 망의 결합 구조 및 파라미터를 구한다. 그리고 결정된 필터의 결합 구조에 따른 물리적인 크기(예를 들면 도파관 유도성 아이리스 크기 등)와 공진기의 길이 등을 구해진 회로망 값들과 비교하여 구한다. 그런 다음 필터를 제작하고, 튜닝을 실시하여 원하는 값에 맞도록 조정한다. 여기에서 엄격한 필터의 목표 값을 만족하기 위해서는 필터의 설계와 제작에 따른 오차를 보상하기 위해서 튜닝이 필수적인 경우가 일반적이라 볼 수 있다.

마이크로파 필터 개발에 있어서, 중요한 부분을 차지하는 것이 초기 설계 시 원하는 필터 성능에 맞는 특성 함수와 회로망 값들을 구하는 것이다. 1960~1970년대 필터의 일반적인 특성함수 및 결합 구조는 Cohn[1]의 고전적인 방식에 기초한 것으로, 주로 무한대 주파수에 전달 영점들이 존재하는

체비체프(Chebyshev) 식을 이용한 것들이었다. 그 후 1970년대부터 Levy, Rhodes 등에 의해 전달 영점을 유한 주파수 대역에 놓음으로써 주파수 선택 특성이 우수한 필터의 특성 함수를 구하였고[2], Kurzkrok는 브리지 결합을 통해 교차결합(cross-coupling)이 있는 필터를 구현하였다[3]. 위성용 필터의 핵심 기술의 시작인 “협대역 이중 모드 도파관 필터”가 미국 COMSAT사의 Atia와 William에 의해 개발되었다[4],[5]. 이것은 하나의 도파관 공동에 두 개의 공진 모드를 사용하는 것으로 필터의 무게 및 부피를 줄일 수 있는 구조일 뿐만 아니라 일반화된 결합구조를 사용할 수 있는 것으로 급격한 필터 개발 기술 발전을 이끌었다.

교차 결합이 있는 구조를 사용하여 주파수 선택도를 높이는 기술 발전이 이루어졌으나, 이 경우 대역 가장자리 근처에서 군지연(group delay) 특성이 매우 열화되는 특성이 있다. 디지털 통신 시스템에서 요구되는 군지연 특성을 만족시키고자, 필터 외부에 군지연 등화기를 부착하거나[6]-[8] 필터 자체에서 군지연 특성이 좋은 self-equalizing 기능[9]을 추가하기도 하였다. 향상된 군지연 특성을 지닌 필터 특성함수를 구할 때 대역내 복소수의 전달 영점을 이용하여 구할 수 있다.

필터의 특성함수 및 결합구조에 대한 급격한 기술 발전은 주로 1990년대 초까지 발전이 이루어졌었고, 2002년 말까지 계속되었다. 그러나 기본적으로 사용되는 필터에 대한 전달 함수 및 결합 구조는 기술이 거의 완성 단계에 와있다고 볼 수 있다.

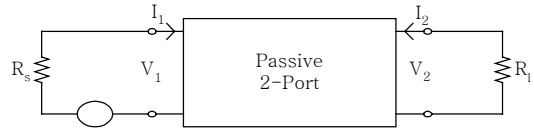
본 고에서는 필터 개발에 핵심이 되는 특성 함수 및 결합 구조에 대해 언급한 것으로 특성 함수 및 결합 구조의 기본적인 이론을 보이고, 이에 따른 성능을 기술한다. 이를 위해 I장 서론에 이어, II장에서는 필터 전달 함수에 대한 기본 이론과 엄격한 설계 규격을 만족하는 데 필요한 Chebyshev, Pseudo-Elliptic 특성을 지닌 전달 함수, 자체 군지연 등화(self-equalized) 기능이 포함된 전달 함수에 대해서 고찰한다. 그리고 III장에서는 전달 함수에 적절한 구현 가능한 다양한 결합 구조를 보이고, 전달 영

점을 최대 사용할 수 있는 수동 필터의 결합 구조 및 특성을 같이 기술한다. 그리고 IV장에서는 결론을 맺는다.

## II. 필터 전달 함수

### 1. 기본 이론

필터 함수의 기본이 되는 (그림 1)과 같은 이중 종단 전달 회로망의 진폭 전달 함수는 일반적으로 (1)과 같이 표현될 수 있다.



(그림 1) 이중 종단 전달 회로망(network)

$$|t(s)|_{j\omega}^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 |K(s)|_{j\omega}^2} \quad (1)$$

여기에서  $\epsilon$ 는 ripple 상수이고,  $K(s)$ 는 회로망의 특성함수이며 일반적인 수식은 (2)와 같다.

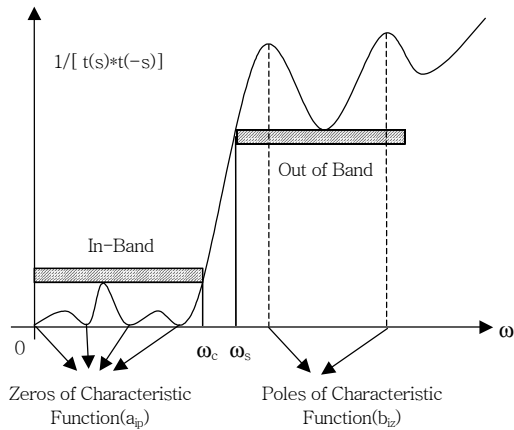
$$K(s) = \frac{F(s)}{P(s)} \quad (2)$$

특성 함수로부터 “Feldtkeller” 식을 이용하여 (3)과 같은 필터의 전달 및 반사 함수인  $t(s)$ 와  $\rho(s)$ 를 구할 수 있다.

$$t(s) = \frac{P(s)}{\epsilon \cdot E(s)}, \quad \rho(s) = \frac{F(s)}{E(s)} \quad (3)$$

이때 리액티브 회로로 구현하기 위해서는  $F(s)$ 와  $P(s)$ 의 함수는 다항식의 계수가 실수로 이루어져야 하며, 수동 회로이기 때문에  $E(s)$ 는 근들이  $s$ 에 대해 왼쪽 평면에 놓여있는 Hurwitz 다항식이어야 한다. (그림 2)에는 필터의 일반적인 진폭 특성을 보였고, 특성 함수  $K(s)$ 의 폴 및 영점들은 각각 전달함수  $t(s)$ 와 반사함수  $\rho(s)$ 의 영점들이 된다. 특성함수의 영점

들은 모두 대역 내에 존재하고, 허수로 되어 있다. 그리고 특성함수의 폴점들은 대역 외에서 차단 특성을 우수하기 위해서 사용되는 경우 허수로 되어 있고, 대역 내에서 실수 또는 복소수의 쌍으로 존재하여 대역 내의 균지연 특성을 향상시키는 데 사용된다.



(그림 2) 필터의 진폭 특성

일반적인 차단 주파수가 1인 저역 통과 필터 (low pass filter) 특성함수에 사용되는 콤플렉스 주파수  $s(j\omega)$ 는 대역 통과 필터의 특성을 구할 때 (4)와 같이 변환될 수 있다.

$$\omega = \frac{1}{\Delta f} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right), f_0 = \sqrt{f_L \cdot f_H} \quad (4)$$

여기에서  $\Delta f$ 는 상대 주파수 대역폭이고,  $f_0$ 는 중심주파수이며,  $f_L$ 과  $f_H$ 는 각각 대역 내의 가장자리 주파수이다.

(3)의 저역 통과 필터 전달 함수의 균지연 응답은 (5)와 같고, (4)가 적용된 대역 통과 필터의 균지연 특성은 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_L(\omega) = -\frac{d\phi_{21}}{d\omega} \quad (5)$$

$$\tau(f) = \frac{1}{2\pi \cdot BW} \left( 1 + \frac{f_0^2}{f^2} \right) \tau_L(\omega) \quad (6)$$

여기에서  $\phi_{21}$ 는 전달 함수  $t(\omega)$ 의 위상(radian)이고,  $BW$ 는 대역 통과 필터의 대역폭이다. (6)에서  $\omega$ 는 (4)와 같이 변환된 값을 이용한다.

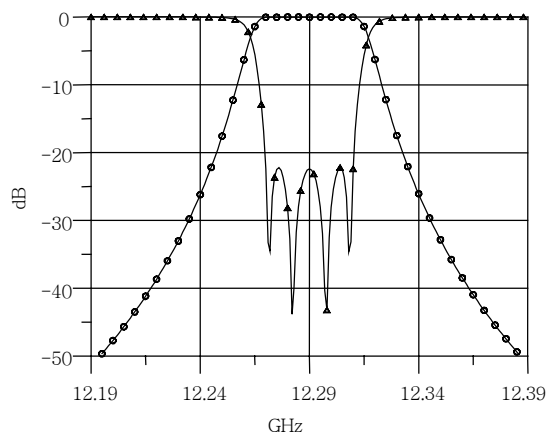
## 2. Chebyshev와 Pseudo-Elliptic 함수

서론에서 언급하였듯이, 1970년대부터 모든 전달 영점들이 무한대에 있는 경우가 아닌 유한 주파수 대역에 전달 영점을 둬으로써 주파수 선택성이 높은 필터가 개발되기 시작하였다. 즉 모든 영점들이 무한대에 있어서 함수  $P(s)$ 가 1이 아닌, 차수가 2 이상인 다항식으로 표현된 경우이다. 이때 주파수 선택성을 높이기 위해서는 함수  $P(s)$ 의 근들이 모두 대역 외에 있다.

전달 영점들이 모두 무한대에 있는 경우는 대역 내에서 전달 특성이 평탄하도록 한 베셀(Bessel) 형태와 대역 내에서 리플(ripple)이 있으면서 최대 반사 손실 값이 동일하도록 한 체비체프 형태가 있다. 이 중에서 차단 특성 등이 우수한 체비체프 특성을 지닌 마이크로파 필터가 주로 이용된다.

전달 영점들이 모두 무한대에 있는 경우에는 달리, 유한한 주파수 대역에 전달 영점을 둘 경우 대역 외의 원하는 지점에서 차단 특성이 우수하게 된다.

예를 들어 중심주파수 12.29GHz, 대역폭 40MHz 그리고 대역내 리플이 약 -22.4dB인 4차 필터의 경우를 체비체프 형태와 타원함수와 유사한 특성 함수



(그림 3) 4차 체비체프 필터 특성

에 대해서 살펴보자. 4차 필터인 경우 입출력과 공진기 사이에 하나의 결합이 있을 경우 무한대 영점을 제외하고는 영점을 최대 두 개를 둘 수 있다.

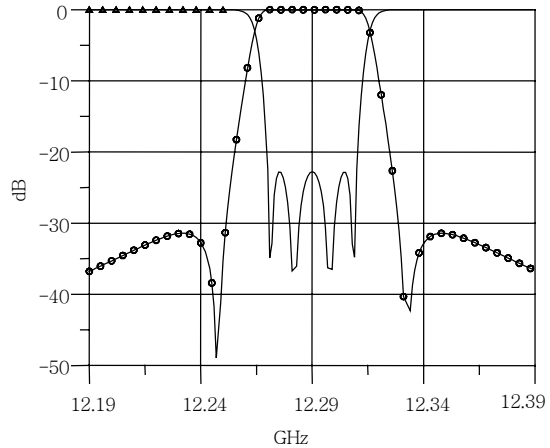
우선 체비체프 필터의 특성함수를 살펴보면, 필터 특성 함수의 영점들이 12.271, 12.282, 12.298, 12.308GHz에 있고, 대역에서 최대 반사손실 리플이 22.4dB인 경우, 특성 함수의 결과는 (그림 3)과 같다. 이때 결과를 살펴보면 대역 내의 최대 반사 손실이 리플 값과 동일함을 볼 수 있다. 이 때 전달 함수 및 반사 특성 함수에 사용되는 각종 함수들은 (7)과 같다.

$$\begin{aligned}
 E(s) &= s^4 + 2.37323s^3 + 3.81613s^2 + 3.49242s + 1.6306 \\
 P(s) &= 1 \\
 F(s) &= s^4 + s^2 + 0.12355 \\
 \epsilon &= 0.6151
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

이번에는 대역외의 차단 특성을 높이기 위해 전달 영점을 대역 외의 유한한 주파수 지점에 두는 pseudo-elliptic 특성을 갖는 함수에 대해서 살펴보면, 체비체프 필터와 대역내 반사 손실 특성이 동일한 경우, (8)과 같은 식들에 의해 (그림 4)와 같은 주파수 선택성이 높아진 필터 특성을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(s) &= s^4 + 2.35702s^3 + 3.804283s^2 + 3.564281s + 1.92244 \\
 P(s) &= s^2 + 4.4944 \\
 F(s) &= s^4 + 1.026504s^2 + 0.139772 \\
 \epsilon &= 0.34407
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

(그림 3)과 비교하였을 때, 주파수 12.25GHz에서 체비체프 필터함수인 경우 -20dB에 비해, pseudo-elliptic 필터는 -40dB 이하로 낮아지는 것을 볼 수 있다. 즉 원하는 주파수 지점에 전달 영점을 뒀으로써 원하는 주파수 대역(대역외 약 36MHz)의 높은 차단성을 가질 수 있다. 그리고 전달 영점이 대역내 주파수에 가까울수록 대역 외에서 최대 진폭을 가지는 크기가 커지게 되고, 멀어질수록 체비체프 필터 특성과 유사하게 된다.



(그림 4) 4차 Pseudo-Elliptic 필터 특성

그러나 pseudo-elliptic 필터는 대역외 원하는 주파수 대역에서 차단 값을 높일 수 있으나, 그 이상 벗어난 주파수 대역에서는 반대로 체비체프 필터 특성이 우수해진다. 즉 구현하고자 하는 필터를 설계할 때, 차단 주파수 영역 및 값에 따라 특성 함수를 선택하여야 한다.

### 3. Self-Equalized 필터 함수

한정된 주파수 대역을 효율적으로 사용하기 위해서, 많은 좁은 주파수 대역을 갖는 채널로 분리하여 사용하고 있다. 그러면서 주파수 선택 특성을 갖는 우수한 필터가 요구되어 필터의 차수를 늘리거나, 대역외 감쇄 전달 영점을 갖는 필터를 주로 개발하고 있다. 그러나 필터의 특성상 주파수 감쇄 특성이 급격히 일어날수록 대역 가장자리 근처에서 균지연 특성이 크게 열화된다. 즉 대역폭 내에서의 우수한 균지연 특성과 주파수 선택도를 높일 수 있는 대역외 차단 특성은 상대적인 특성이기 때문이다.

디지털 데이터는 전송 채널의 균지연과 진폭 평탄도(flatness)의 영향을 많이 받는다. 즉, 대역내 이득차로 인한 왜곡과 균지연 차로 인한 왜곡이 발생하는 경우 전송신호의 성능이 저하된다. 따라서 전송 채널의 균지연과 진폭의 평탄도를 향상시켜 이러한 왜곡을 최소화하여야 한다. 그래서 디지털 통신

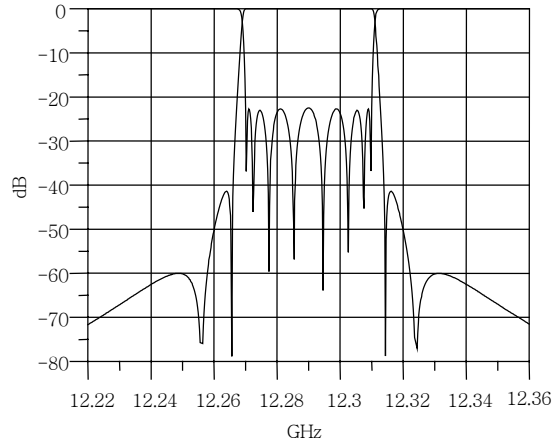
시스템에 적합한 균지연 특성이 우수한 필터 개발이 필요하게 되었다.

이를 만족할 수 있도록 하기 위해서는 필터 자체 함수에 균지연 등화 기능을 갖는 self-equalized 필터 혹은 외부에 균지연 등화기가 연결된 필터들을 사용하여야 한다. 자체 균지연 등화된 필터는 무게, 부피 및 온도 특성이 우수하고, 외부에 균지연 등화기를 연결하는 경우는 무게와 부피 면에서는 단점을 가지나 설계 및 개발이 용이하고, 차단 특성이 우수하다.

본 절에서는 자체 등화된 필터와 등화가 되지 않은 필터의 특성을 알아 본다. 우수한 필터의 차단 특성을 갖기 위해서 주로 8차 이상의 pseudo-elliptic 함수를 사용한다. 인접 채널에서의 신호를 억압하기 위해서 감쇄 전달 영점을 4개 뒀으로써 매우 높은 감쇄 특성을 얻을 수 있다. 또한 대역 내에서는 동일한 반사손실 리플을 갖도록 설계할 수 있다. 이에 맞는 전달 및 반사 함수를 특성짓는 함수들은 (9)와 같고, 이에 대한 진폭 특성(그림 5)에 보였다.

$$\begin{aligned}
 E(s) &= s^8 + 2.152274s^7 + 4.50587s^6 \\
 &\quad + 5.622645s^5 + 5.896818s^4 \\
 &\quad + 4.44195s^3 + 2.561688s^2 \\
 &\quad + 0.991145s + 0.21177 \\
 P(s) &= s^4 + 4.3784s^2 + 4.301476 \\
 F(s) &= s^8 + 2.189753s^6 + 1.549356s^4 \\
 &\quad + 0.372027s^2 + 0.0158686 \\
 \epsilon &= 20.3693
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

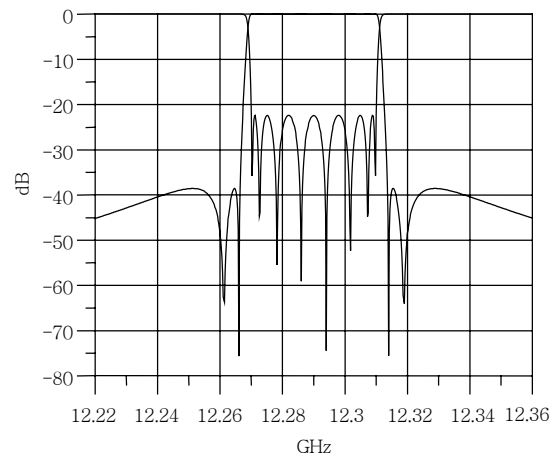
앞에서 언급하였듯이, 차단 특성이 우수할수록 대역 가장자리 근처에서 균지연 특성이 매우 열화되기 때문에 균지연을 등화할 수 있는 적절한 특성함수가 필요하게 되었다. 대역 내의 균지연 등화는 대역 내에 전달 영점을 뒀으로써 구할 수 있다. 그런데 8차 필터가 입출력부와 공진기간의 결합이 하나씩만 되어 있을 경우 총 6개의 전달 영점을 둘 수 있기 때문에 대역 외에 4개 그리고 균지연 등화를 위해 대역 내에 두 개를 둘 수 있다. 이 경우 대역 내에 전달 영점을 두었기 때문에 대역 외에서 감쇄 특성은



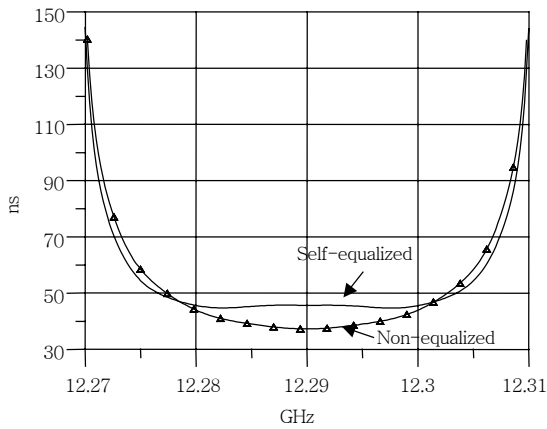
(그림 5) 8차 Pseudo-Elliptic 필터 진폭특성

대역 내에 전달 영점이 없는 경우보다 성능이 떨어지게 된다. 이에 대한 특성함수와 진폭 특성을 (10)과 (그림 6)에 각각 나타내었다.

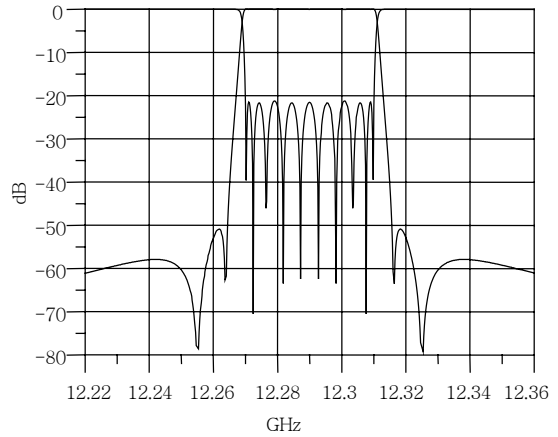
$$\begin{aligned}
 E(s) &= s^8 + 2.128905s^7 + 4.372547s^6 \\
 &\quad + 5.349023s^5 + 5.454896s^4 \\
 &\quad + 3.96128s^3 + 2.168814s^2 \\
 &\quad + 0.770118s + 0.134309 \\
 P(s) &= s^6 + 2.90442s^4 + 0.8455683s^2 - 1.819 \\
 F(s) &= s^8 + 2.1064329s^6 + 1.404884s^4 \\
 &\quad + 0.304346s^2 + 0.01015 \\
 \epsilon &= -13.5822
 \end{aligned}
 \tag{10}$$



(그림 6) 8차 Self-Equalized Pseudo-Elliptic



(그림 7) 8차 Equalized & Non-Equalized 필터 군지연 특성

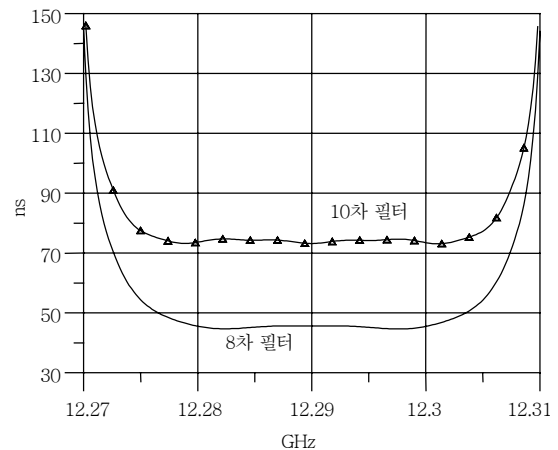


(그림 8) 10차 Self-Equalized Pseudo-Elliptic 필터 진폭 특성

8차 필터에 대한 두 전달 함수의 군지연 특성을 (그림 7)에 보였다. 비교된 결과를 보면 self-equalized 함수의 군지연 특성이, 등화를 하지 않은 경우에 비해 대역 내에서 평탄해지는 것을 볼 수 있다. 특히 주로 사용되는 중심 주파수 근처에서는 군지연 평탄도 특성이 매우 향상된 것을 볼 수 있다.

그러나 8차 필터인 경우 대역내 복소 주파수  $s$ 에 대하여 실수축에 두 개만 두었을 경우, 때에 따라 충분한 등화를 얻을 수 없다. 그러기 때문에 대역 내에 4개의 복소 주파수를 두어 등화를 시키기도 한다. 또한 대역외 차단 특성도 매우 높아야 할 경우 차단 특성을 위해 대역 밖에 4개, 군지연 등화를 위해 대역 내에 4개를 둘 수 있는 구조를 사용하여야 한다. 이것을 만족하기 위해서는 최소 10차 필터 이상이 되어야 한다. 대역 내에서 동일한 반사 리플을 갖고, 중심 주파수가 12.29GHz 그리고 대역폭이 40MHz 이며 자체 군지연 등화된 10차 필터의 전달 및 반사 함수의 진폭 특성을 구하면 (그림 8)과 같다. 10차 필터가 8차 필터에 비해 차수가 높기 때문에 보다 우수한 차단 특성을 얻을 수 있다.

그리고 (그림 9)에서는 8차 등화된 함수와 10차 등화된 함수의 군지연 특성을 보였다. 8차 필터에 비해 10차 필터에 보다 많은 수의 전달 영점을 대역 내에 두었기 때문에 군지연 특성이 매우 우수해지는 것을 볼 수 있다. 8차 필터가 중심 주파수 근처에서



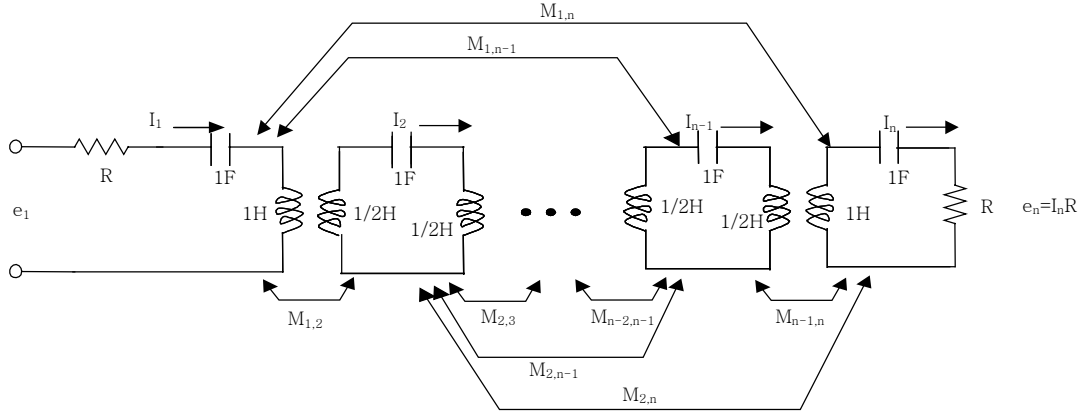
(그림 9) 8 & 10차 Self-Equalized 필터 군지연 특성

만 군지연 등화 성능이 우수하였지만, 10차 필터인 경우 대역 내에 전반적으로 특성이 향상되는 것을 볼 수 있다.

### III. 필터 결합 구조 및 회로 파라미터

#### 1. 입출력 단일 결합

필터를 개발하기 위해서 필터 설계 규격에 만족 되는 II장에서 언급된 필터의 특성 함수를 구한 후, 저역 통과 필터 회로를 구현한다. 필터의 기본이 되는 저역 통과 필터의 회로 소자들을 간단히 스케일



(그림 10) 집중 소자로 이루어진 동조된 필터 회로

링하여 대역 통과 필터 등을 구현할 수 있다.

입출력 포트와 인접되어 있는 공진기 간에 직접 결합만 존재할 경우, N차의 동조된 집중 소자 (lumped element)로 이루어진 저역 통과 필터의 회로는 (그림 10)과 같이 나타낼 수 있다[4].

(그림 10)의 집중 소자로 이루어진 회로망으로부터 전류-전압의 관계를 나타내는 회로망 특성 방정식을 얻을 수 있으며, 이 특성 방정식은 다음과 같은 (11)과 같이 간단한 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다[6].

$$[\omega U - jR + M][I] = [A][I] = -j[e] \quad (11)$$

여기에서  $U$ 는 identity 행렬,  $M$ 은 상호 결합계수의 행렬, 그리고  $R$ 은 (12)와 같이 주어진다.

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

(11)로부터 벡터 전류  $[I]$ 를 구하면 (13)과 같고, 벡터 전류  $[I]$ 로부터 전체 회로망의 산란 계수인  $S_{21}$ 과  $S_{11}$ 을 구하면 (14)와 같다[10].

$$[I] = -j[A^{-1}][e] \quad (13)$$

$$S_{21} = -2j\sqrt{R_1 R_2} [A^{-1}]_{n1} \quad (14a)$$

$$S_{11} = 1 + 2jR_1 [A^{-1}]_{11} \quad (14b)$$

(14)의  $S_{21}$ 과  $S_{11}$ 은 II장에서 언급한 (3)의 전달 및 반사 함수와 동일한 것이다. 따라서 (15)와 같은 결과를 얻을 수 있다.

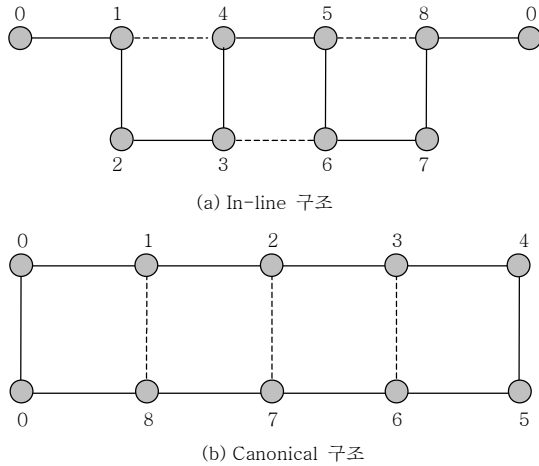
$$\det[A] = E(s) \quad (15a)$$

$$2\sqrt{R_1 R_2} \epsilon \cdot \text{adj}([A]_{n1}) = P(s) \quad (15b)$$

따라서, 필터의 형태를 결정하여 결합 구조의 토폴로지를 결정한 후, (15)를 이용하여 결합 계수 행렬의 각 엘리먼트와  $R_1, R_2$ 를 구할 수 있다.

(15)를 살펴보면 전달 영점이 무한대에 있고, 유한한 주파수 대역에 없는 경우 (마이크로파 필터에서 주로 이용되는 체비체프, 베셀 함수)는  $P(s)$ 가 1이기 때문에 직접 결합되는 회로망 파라미터만 존재하게 된다. 즉 일반적으로 사용되는 Ladder 형태로 구현이 가능하다는 것이다. 반면 유한한 주파수 대역에 전달 영점을 두어 주파수 차단 특성 및 균지연 특성을 우수하게 할 경우, 인접 공진기 결합이 아닌 상호 교차 결합이 필요하게 된다. 4차 pseudo-elliptic 필터인 경우  $M_{14}$ 의 교차 결합이 이루어져야 한다.

필터의 결합 구조는 일반적으로 (그림 11)과 같



(그림 11) 8차 필터 결합 구조

은 in-line 구조와 canonical 구조인 두 가지로 분류될 수 있다. 이때 대칭 구조일 경우 (15a)를 살펴보면 in-line 구조에서는 전달 영점을 좌우하는 함수 P(s)의 전달 영점 수는 N-4, canonical 구조에서는 N-2가 됨을 알 수 있다. 즉 앞장에서 구해진 8차 필터에 대한 전달 함수에 의한 필터의 결합 구조는 대역 외에 4개의 전달 영점이 있는 (9)와, 대역 내의 전달 영점을 포함한 6개 전달 영점이 있는 (10)의 함수에 맞는 구조는 각각 in-line, canonical 구조가 되어야 한다.

(15)와 전달 함수를 이용하여, 결합 계수와 전달 함수 계수 사이의 비선형 연립 방정식을 만들 수 있다. 구해진 비선형 연립 방정식에 (9) 및 (10)을 각각 대입하여 in-line 구조 및 canonical 구조의 결합 계수를 구할 수 있다.

이때 (9)와 (10)에 대해 구해진 각각의 결합 계수는 <표 1>, <표 2>와 같다.

<표 1> 결합 계수(8차 In-line 구조)

결합	값
직접 결합	$M_{12} = M_{21} = M_{78} = M_{87} = 0.833$ $M_{23} = M_{32} = M_{67} = M_{76} = 0.723$ $M_{34} = M_{43} = M_{56} = M_{65} = 0.51$ $M_{45} = M_{54} = 0.556$
교차 결합	$M_{14} = M_{41} = M_{58} = M_{85} = -0.203$ $M_{36} = M_{63} = 0.027$
기타	$R_1 = R_2 = 1.076$ 그 외 다른 결합 계수는 0이다

<표 2> 결합 계수(8차 Canonical 구조)

결합	값
직접 결합	$M_{12} = M_{21} = M_{78} = M_{87} = 0.852$ $M_{23} = M_{32} = M_{67} = M_{76} = 0.595$ $M_{34} = M_{43} = M_{56} = M_{65} = 0.517$ $M_{45} = M_{54} = 0.719$
교차 결합	$M_{18} = M_{81} = 0.035$ $M_{27} = M_{72} = -0.053$ $M_{36} = M_{63} = -0.159$
기타	$R_1 = R_2 = 1.064$ 그 외 다른 결합 계수는 0이다

## 2. 비대칭 Canonical 구조 결합

차단 및 균지연 특성을 향상시키기 위해서 많은 전달 영점을 이용하여야 한다. 앞에서 언급하였듯이 in-line 구조는 canonical 구조보다는 개발 구현이 용이하지만, 전달 영점의 수가 적다는 단점이 있다. 그래서 균지연 특성을 개선하기 위해서 주로 canonical 구조를 많이 선호한다.

(그림 12)는 대칭 및 비대칭 canonical 구조를 갖는 8차 필터의 결합 구조를 나타내고 있다. 대칭 canonical 구조(그림 12a)를 이중모드로 구현하는 경우 입력 신호와 출력 신호를 orthomode transducer(OMT)와 같은 것을 이용하여 분리하여야 한다는 것과 입력 결합슬롯과 출력 결합슬롯이 같은 공동(cavity)에 존재하기 때문에 입출력 신호의 분리도(isolation) 문제가 생길 수 있다는 단점이 있다 [11]. 이러한 단점을 보완하기 위하여 입력 결합슬롯과 출력 결합슬롯을 서로 다른 공동에 위치시키는 비대칭 canonical 구조의 필터를 사용하게 된다.

이러한 비대칭 canonical 구조의 필터 결합계수를 (15)를 이용하여 구하는 경우 연립방정식이 복잡하므로, 직교 행렬인 회전 행렬을 이용하여 대칭 canonical 구조의 필터 결합계수로부터 용이하게 구할 수 있다. 이 때 피벗(pivot) [i,j]에 대한 회전 행렬 R은 (16)과 같다[5],[12].

$$R_{i,i} = R_{j,j} = \cos \theta_r, \quad R_{j,i} = -R_{i,j} = \sin \theta_r \quad (16)$$

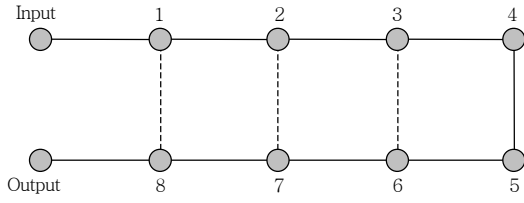
(16)에 주어진 직교 행렬(R)을 결합 계수행렬(M) 앞에 곱하고 그 직교 행렬의 역 행렬(전치 행



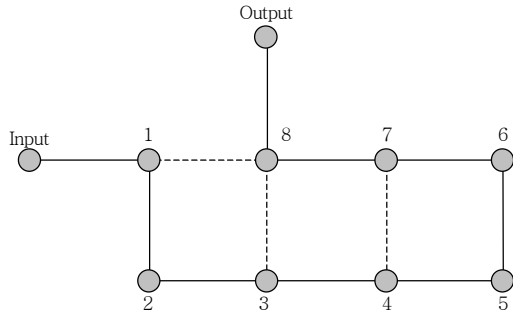
렬)을 결합계수 행렬의 뒤에 곱할 경우 (17)과 같은 새로운 행렬을 얻을 수 있다.

$$M_r = R_r \cdot M_{r-1} \cdot R_r^T \quad (r=1, 2, 3 \dots) \quad (17)$$

(17)은 similarity transformation이라 하며, 이때 원래의 결합계수 행렬( $M_{r-1}$ )과 새로 생긴 결합계수 행렬( $M_r$ )은 동일한 필터 특성을 지닌다.



(a) 대칭



(a) 비대칭

(그림 12) 8차 필터의 Canonical 결합 구조

원하는 비대칭 canonical 구조의 필터 결합계수를 구하기 위해서, 적절한 피벗 및 회전각을 이용하여야 한다. 회전각과 제거되는 행렬 엘리먼트의 일반적인 관계는 (18)과 같다[13].

$$\theta_{r\_upper} = \tan^{-1} \left( -\frac{M_{i-\Delta,j}}{M_{i-\Delta,i}} \right)$$

: 피벗의 위쪽 엘리먼트 제거

$$\theta_{r\_left} = \tan^{-1} \left( \frac{M_{i,j-\Delta}}{M_{j,j-\Delta}} \right) \quad (18)$$

: 피벗의 왼쪽 엘리먼트 제거

$$\theta_{r\_right} = \tan^{-1} \left( \frac{M_{i,j+\Delta}}{M_{j,j+\Delta}} \right)$$

: 피벗의 오른쪽 엘리먼트 제거

$$\theta_{r\_lower} = \tan^{-1} \left( -\frac{M_{i+\Delta,j}}{M_{i+\Delta,i}} \right)$$

: 피벗의 아래쪽 엘리먼트 제거

for  $\Delta \geq 1$

즉, (18)에서 분자의 엘리먼트가 제거되는 것을 알 수 있다. (그림 12a)의 대칭 canonical 구조의 결합 계수로부터 similarity transformation을 이용하여 (그림 12b)와 같은 비대칭 구조 필터의 결합계수 행렬을 구하기 위한 피벗 및 회전각을 <표 3>, <표 4>에 정리하였다.

앞 절에서 기술한 균지연 등화 기능을 갖는 8차 필터의 대칭 canonical 구조에 대한 결합 계수 <표 4>

<표 3> 피벗 위치 및 회전각(Method 1)

Rotation No.	Pivot [i,j]	회전각	$\Delta$
1	[3,7]	$\theta_{r\_upper}$	1
2	[4,6]	$\theta_{r\_upper}$	1

<표 4> 피벗 위치 및 회전각(Method 2)

Rotation No.	Pivot [i,j]	회전각	$\Delta$
1	[7,3]	$\theta_{r\_left}$	1
2	[6,4]	$\theta_{r\_left}$	1

<표 5> 결합 계수(8차 비대칭 Canonical 구조)

결합	값
직접 결합	$M_{12} = M_{21} = 0.852, M_{23} = M_{32} = 0.597$ $M_{34} = M_{43} = 0.557, M_{45} = M_{54} = 0.469$ $M_{56} = M_{65} = 0.751, M_{67} = M_{76} = 0.552$ $M_{78} = M_{87} = 0.848$
교차 결합	$M_{18} = M_{81} = 0.035$ $M_{17} = M_{74} = -0.177$ $M_{38} = M_{83} = -0.076$
기타	$R_1 = R_2 = 1.064$ 그 외 다른 결합 계수는 0이다

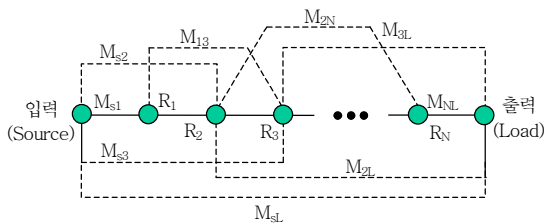
를 위에서 언급한 방법을 이용하여 구하였을 때 비대칭 canonical 구조의 결합 계수의 값은 <표 5>와 같이 구해진다. 이때 <표 4>와 <표 5>는 구현하면 동일한 전기적인 특성을 갖는다.

### 3. 입출력 다중 결합

앞 절에서 논의된 입출력이 각각 하나의 인접 공진기 간에 결합이 있는 경우에 대해서 알아보았다. 이 경우 무한대에 전달 영점이 존재하기 때문에 필터 차수보다 적은 수(N-2)의 영점들을 유한한 주파수 영역에 두어야 한다. 현재 무선 통신에서 주파수 효율을 높이기 위해서 보다 많은 영점들을 유한한 주파수 대역에 놓고자 하기 때문에 필터 최대 차수와 동일한 수를 영점으로 사용하는 방법에 대해 많은 연구가 이루어졌다.

최대 수의 영점을 두기 위해서는 입력 및 출력 포트 간에 직접적인 결합을 두거나[14],[15], 입출력과 여러 공진기들을 다중으로 결합이 용이한 구조를 사용하는 방법이 있다[16].

입출력과 공진기간의 다중 결합 구조는 (그림 13)과 같다.



(그림 13) N차 필터 다중 결합 구조

(그림 13)과 같은 다중 결합을 갖는 경우 앞 절에서 언급된 유사한 방법과 같이 (19)와 같이 회로망으로부터 전류-전압의 관계를 나타내는 회로망 특성 방정식을 얻을 수 있으며, 이 특성 방정식은 (19)와 같이 간단한 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다[16].

$$[\omega' - jR + M][I] = [A][I] = -j[e] \quad (19)$$

여기에서  $M(N+2 \times N+2)$ 은 상호 결합계수의 행렬, 그리고 행렬  $R(N+2 \times N+2)$ 과  $\omega'(N+2 \times N+2)$ 은 (20), (21)과 같이 주어진다.

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[\omega'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \omega & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

(19)로부터 벡터 전류  $[I]$ 를 구하고, 벡터 전류  $[I]$ 로부터 입출력 종단 저항이  $1\Omega$ 인 전체 회로망의  $S_{21}$ 과  $S_{11}$ 을 구하면 (23)과 같다.

$$[I] = -j[A^{-1}][e] \quad (22)$$

$$S_{21} = -2j[A^{-1}]_{n+2,1} \quad (23a)$$

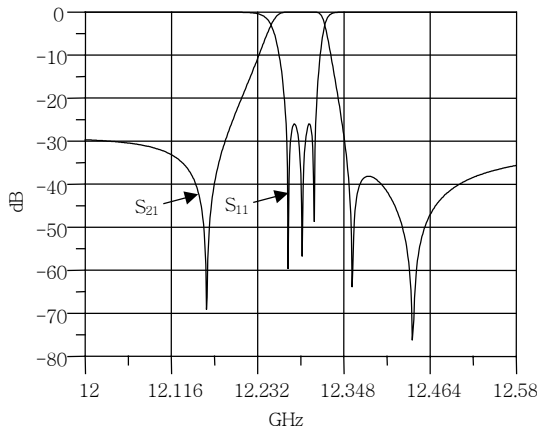
$$S_{11} = 1 + 2j[A^{-1}]_{11} \quad (23b)$$

(23)은 입력과 출력 포트가 각각 직접 연결되는 공진기와 결합되는 필터 회로 해석에 대한 (14)에 비해 일반화된 식이다. 그러나 (14) 보다는 (23)의 행렬 차수가 높아 결합 계수 처리 및 해석 시간이 길어지는 단점이 있다. 그래서 입력 및 출력 포트가 여러 공진기와 연결되는 경우에만 사용하는 것이 유리하다.

필터 차수와 동일하게 전달 영점을 두는 경우에 대해 알아본다. 전달 영점이 유한한 주파수 영역에 3개 존재하는 3차 필터에 대한 특성은 <표 6>에 있는 결합 계수[16]와 (23)을 이용하여 (그림 14)와 같이 구해진다.

<표 6> 3차 필터 결합 계수

	S	1	2	3	L
S	0	1.2404	0	-0.0280	-0.0156
1	1.2404	0.1058	1.2027	0.4225	-0.0280
2	0	1.2027	-0.3493	1.2027	0
3	-0.0280	0.4225	1.2027	0.1058	1.2404
L	-0.0156	-0.0280	0	1.2404	0



(그림 14) 3차 필터 특성

#### IV. 결론

필터의 전달 함수 및 결합 구조 분석은 필터 설계에 필수적이며, 효과적인 특성 함수 및 결합 구조를 구하는 데 많은 노력을 기울이고 있다. 특히 우수한 주파수 차단 특성 및 대역내 균지연 특성을 지닌 마이크로파 필터는 주파수를 효율적으로 사용하는 위성 중계기에 필수적이다. 현재 및 미래 산업을 주도하는 무선 디지털 통신 시스템에서 엄격한 필터 성능을 필요로 하고 있기 때문에 효율적인 필터 개발에 이용하고 있다.

본 고에서는 필터 특성 함수 및 결합 구조의 기본적인 이론을 보였고, 이에 따른 성능을 기술하였다. 필터의 특성 함수로 체비체프, pseudo-elliptic 특성을 지닌 전달함수 그리고 자체 균지연 등화 기능이 포함된 전달 함수에 대해 기술하였다. 그리고 전달 함수에 적절한 구현 가능한 다양한 결합 구조를 보였고, 전달 영점을 최대한 사용할 수 있는 수동 필터의

결합 구조 및 특성에 대해서도 같이 언급하였다.

본 고에 기술된 특성함수 및 결합구조를 위성 중계기용 필터 및 상용 무선 통신 시스템용 필터 개발에 적용이 가능하다. 앞으로 기술된 결합 구조에 따른 물리적인 형태의 공진기와 결합 등에 대한 연구가 병행되어야 할 것이다.

#### 참고 문헌

- [1] S.B. Cohn, "Direct-coupled Resonator Filters," *Proc. IRE*, Vol. 45, Feb. 1957, pp. 187 - 196.
- [2] R. Levy and J.D. Rhodes, "A Comblined Elliptic Filter," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-19, Jan. 1971, pp. 26 - 29.
- [3] R.M. Kurzrok, "General Four-resonator Filters at Microwave Frequencies," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-14, June 1966, pp. 295 - 296.
- [4] A.E. Williams, "A Four-Cavity Elliptic Waveguide Filter," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 18, No. 12, 1970, pp. 1109 - 1114.
- [5] A.E. Atia and A.E. Williams, "New Types of Waveguide Bandpass Filters for Satellite Transponder," *COMSAT Technical Review*, Vol. 1, No. 1, Fall 1971, pp. 21 - 43.
- [6] C.M. Kudsia, *A Generalized Approach to the Design and Optimization of Symmetrical Microwave Filters for Communications Systems*, Ph. D Thesis, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada, 1978.
- [7] J.S. Lee, S.T. Kang, M.S. Uhm, D.S. Roh, I.B. Yom, and S.P. Lee, "Externally Equalized Dual-mode Narrow-band Filters for Ku & Ka Band Satellite Application," *Proc. of The 4th Topical Symposium on Millimeter Waves(TSMMW 2002)*, 2002, pp. 99 - 102.
- [8] 이주섭, 엄만석, 강승택, 박상준, 염인복, 이성팔, "Ku 대역 위성 중계기용 이중모드 협대역 채널 여파기 및 등화기에 관한 연구," *한국통신학회 논문지*, 제27권, 제4B호, 2002. 4., pp. 372 - 378.
- [9] G. Pfitzenmaier, "Synthesis and Realization of Narrow-band Canonical Microwave Bandpass Filters Exhibiting Linear Phase and Transmission Zeros," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 30, No. 9, Sep. 1982, pp. 1300 - 1311.

- [10] S. Amari, "Synthesis of Cross-coupled Resonator Filters Using an Analytical Gradient-Based Optimization Technique," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 48, No. 9, Sep. 2000, pp. 1559 - 1564.
- [11] R.J. Cameron and J.D. Rhodes, "Asymmetric Realizations for Dual-mode Bandpass Filters," *1980 MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1980, pp. 138 - 140.
- [12] R.J. Cameron & J.D. Rhodes, "Asymmetric Realizations for Dual-mode Bandpass Filter," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. MTT-29, No. 1, Jan. 1981, pp. 51 - 58.
- [13] H.C. Bell, "Coupled-Resonator Prototype Synthesis," *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Workshop Notes: Microwave Filter Synthesis and Equivalent Circuit Extractions*, 2002.
- [14] J.R. Montejo-Garai, "Synthesis of N-even Order Symmetric Filters with N Transmission Zeros by Means of Source-load Cross Coupling," *Electronics Letters*, Vol. 36, No. 3, Feb. 2000.
- [15] S. Amari, "Direct Synthesis of Folded Symmetric Resonator Filters with Source-load Coupling," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 11, No. 6, June 2001.
- [16] S. Amari, U. Rosemberg & J. Bornemann "Adaptive Synthesis and of Resonator Filters with Source/ Load Multiresonator Coupling," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 50, No. 8, Aug. 2002, pp. 1969 - 1978.